



GEOSTATIONARY RADAR ORBIT DETERMINATION FROM RADAR INTERFEROMETRY

A Degree Thesis

**Submitted to the Faculty of the
Escola Tècnica d'Enginyeria de Telecomunicació de
Barcelona**

Universitat Politècnica de Catalunya

by

Oscar Aparicio

**In partial fulfilment
of the requirements for the degree in
TELECOMMUNICATION SYSTEMS **ENGINEERING****

Advisor: Antoni Broquetas Ibars

Barcelona, June 2016

Abstract

Satisfy necessities is not easy. The necessity sometimes is linked with unknown situations, which we need to overcome to achieve our goals. Engineers try to manage adversities giving solutions to each issue.

In reference to aerospace telecommunications, some techniques allow us to monitoring atmospheric phase screen (APS), natural events, weather changes and plenty of applications more.

The scenario simulated raised from the current configuration of the D3 building housetop. To achieve the satellite tracking along all his orbit we have been forced to simulate three ground stations. We added two more interferometry baselines in order to avoid disagreements, and solve without problems the determination of the orbit from the all orbital parameters.

A geosynchronous synthetic aperture radar (SAR) (GEOSAR) mission requires a precise orbit modelling to obtain high resolutions images of the Earth. If we apply interferometry techniques to single received signal from three different ground stations, it is possible to obtain the orbit with a precision that depends on the interferometer baseline.

In order to determine successfully the orbit of a satellite, the simulation use Statistical Applications. This project presents, Least Squares technique which solution was not trivial. Pitifully, this problem does not have a linear behaviour. Such that well, nonlinear Least Squares solution was applied in order to determine orbit as the same time we reduce the computational errors.

To conclude this abstract, this document consists in two different problems. The first one, the direct problem, which identify the initial orbit determination to obtain interferometry phases observables. The second, the statistical orbit determination, suddenly we have the observables we can estimate the final orbit of the satellites with very high precision in order of the wavelength.

Resum

Satisfereix necessitats no és fàcil. La necessitat a vegades està directament relacionada amb situacions desconegudes que s'han de vèncer per arribar a assolir els nostres objectius. Els enginyers intenten manejar aquestes adversitats donant solucions a cada assumpte. Pel que fa a les telecomunicacions aeroespacials, algunes tècniques ens permeten controlar la pantalla de fase atmosfèrica (APS), esdeveniments naturals, canvis de temps, entre d'altres.

L'escenari simulat prové de l'actual configuració que hi ha a la terrassa de l'edifici D3. Per aconseguir el seguiment del satèl·lit al llarg de tota la seva òrbita hem estat forçats a simular tres estacions de terra. S'han afegit dos línies de bases interferomètriques més per tal d'evitar errors i solucionar, sense problemes, la determinació de l'òrbita de tots els paràmetres orbitaris.

Una missió radar d'apertura sintètica geo-síncrona (SAR) (GEOSAR) requereix un modelat d'òrbita precís per obtenir imatges amb bones resolucions de la Terra. Si apliquem tècniques d'interferometria a cada senyal rebuda des de les tres estacions diferents de la terra, és possible obtenir l'òrbita amb una precisió que depèn de la línia de base de l'interferòmetre.

Per tal de determinar amb èxit l'òrbita, la simulació utilitza l'ús d'Aplicacions Estadístiques. Aquest projecte presenta, Least Squares, la solució de la qual no va ser trivial. Així que, d'aquesta manera, la solució no lineal va ser l'aplicada als resultats.

Per concloure aquest abstracte, aquest document es centra, principalment, en dos problemes diferents. El primer, el problema directe: identificar la determinació d'òrbita inicial per obtenir observables de fases interferomètriques. El segon ve donat d'obtenir aquests observables: cal determinar l'òrbita final dels satèl·lits amb una alta precisió de l'ordre de la longitud d'ona.

Resumen

Satisfacer necesidades no es fácil. La necesidad a veces está directamente relacionada con situaciones desconocidas que se tienen que vencer para llegar a lograr nuestros objetivos. Los ingenieros intentan manejar estas adversidades dando soluciones a cada asunto. En cuanto a las telecomunicaciones aeroespaciales, algunas técnicas nos permiten controlar la pantalla de fase atmosférica (APS), acontecimientos naturales, cambios de tiempos, entre otros.

El escenario simulado proviene de la actual configuración que hay en la terraza del edificio D3. Para conseguir el seguimiento del satélite a lo largo de toda su órbita hemos sido forzados a simular tres estaciones de tierra. Se han añadido dos líneas de bases interferométricas más para evitar errores y solucionar, sin problemas, la determinación de la órbita de todos los parámetros orbitarios.

Una misión radar de apertura sintética geo-síncrona (SAR) (GEOSAR) requiere un modelado de órbita preciso para obtener imágenes con buenas resoluciones de la Tierra. Si aplicamos técnicas de interferometría a cada señal recibida desde las tres estaciones diferentes de la tierra, es posible obtener la órbita con una precisión que depende de la línea de base del interferómetro.

Para determinar con éxito la órbita, la simulación utiliza el uso de Aplicaciones Estadísticas. Este proyecto presenta, Least Squares, la solución de la cual no fue trivial. Así que, de este modo, la solución no lineal fue la aplicada a los resultados.

Para concluir este abstracto, este documento se centra, principalmente, en dos problemas diferentes. El primero, el problema directo: identificar la determinación de órbita inicial para obtener observables de fases interferométricas. El segundo viene dado de obtener estos observables: hay que determinar la órbita final de los satélites con una alta precisión del orden de la longitud de la onda.

Reconocimientos

En primer lugar, me gustaría reconocer todo el apoyo y dedicación de mi tutor Antoni Broquetas, quien aceptó mi solicitud para desarrollar este TFG sobre aplicaciones en Remote Sensing. La investigación y documentación del trabajo precisan de una inversión de tiempo mayor de la que se ha podido invertir. Aún así, Antoni siempre se ha mostrado comprensivo y el contenido del TFG se ha visto limitado por las fechas señaladas.

Además quisiera hacer especial mención a mi familia. Ya que ellos han estado siempre apoyándome en los momentos más apretados brindándome el mas profundo cariño. Finalmente, he de remarcar el apoyo de mis amigos mas cercanos durante esta etapa universitaria y sin ninguna duda, el de mi pareja, Alba, que me ha dado en todo momento su apoyo y cariño incondicional.

Revisión y aprobación

Revision	Date	Purpose
0	19/06/2016	Document creation
1	27/06/2016	Document revision

DOCUMENT DISTRIBUTION LIST

Name	e-mail
Oscar Aparicio	oscaar.27@gmail.com
Antoni Broquetas	broquetas@tsc.upc.edu

Written by:		Reviewed and approved by:	
Date	19/06/2016	Date	27/06/2016
Name	Oscar Aparicio	Name	Antoni Broquetas
Position	Project Author	Position	Project Supervisor

Tabla de Contenidos

Abstract	1
Resum	2
Resumen	3
Reconocimientos	4
Revisión y aprobación	5
Tabla de Contenidos	6
Lista de Figuras	8
Lista de Tablas	9
1. Introducción	10
1.1. Misión GEOSAR	10
1.2. Motivación y objetivos	11
2. Fundamentos de Astrodinámica	14
2.1. Sistemas de Coordenadas	14
2.2. Representación del Estado del Satélite	16
2.2.1. Elementos Orbitales Clásicos	16
2.3. Ecuación y problema de Kepler	17
3. Determinación Orbital Inicial	18
3.1. Obtención de Datos	18
3.1.1. Modelo de la Tierra	18
3.1.2. Tiempo	18
3.2. Observaciones de Distancia	20
3.3. Observaciones de Fase Interferométrica	21
4. Determinación Orbital Estadística	23
4.1. Least Squares	23
4.1.1. Least Squares Lineal	23
4.1.2. Least Squares No-lineal	24
4.2. Aplicación: Determinación Orbital usando Corrección Diferencial	25
5. Conclusiones y trabajo futuro	33
Bibliografía:	34
Apéndices	35
Glosario	36

"I've missed more than 9000 shots in my career. I've lost almost 300 games. 26 times, I've been trusted to take the game winning shot and missed. I've failed over and over and over again in my life. And that is why I succeed."

Michael Jordan.

Lista de Figuras

Figura 1.1: Dibujo del movimiento de un satélite geo-síncrono sobre la Tierra	10
Figura 1.2: Simulación del problema directo	13
Figura 2.1: Sistema de Coordenadas Heliocéntrico-Eclíptico	14
Figura 2.2: Sistema de Coordenadas ECI	15
Figura 2.3: Sistema de Coordenadas ECEF	15
Figura 2.4: Sistema de Coordenadas Perifocal	15
Figura 2.5: Representación de los COE	16
Figura 2.6: Representación de la Ecuación de Kepler	17
Figura 3.1: Diagrama de bloques de la obtención de observables de fase	18
Figura 3.2: Representación de los ángulos de tiempo sideral	19
Figura 3.3: Representación de la órbita simulada	20
Figura 3.4: Representación de los observables de distancia	21
Figura 3.5: Representación de las observaciones de fase	22
Figura 4.1: Movimiento aleatorio del mármol sobre la mesa para ilustrar el proceso del Algoritmo Least Squares	23
Figura 4.2: Representación del modelo no-lineal, donde se estiman por separado los dos parámetros del movimiento del mármol	24
Figura 4.3: Diagrama de bloques del proceso del Algoritmo Least Squares	27

Lista de Tablas

Tabla 1.1: Representación del formato de un TLE	12
Tabla 1.2: Representación del contenido de la primera línea de un TLE	12
Tabla 1.3: Representación del contenido de la segunda línea de un TLE	13
Tabla 3.1: Coordenadas de los emplazamientos	20
Tabla 4.1: Valores de desviación típica de ruido térmico según la SNR recibida	26
Tabla 4.2: Error de distancia simulada/estimada en los emplazamientos sin ruido añadido	28
Tabla 4.3: Error de distancia simulada/estimada en los emplazamientos con ruido ($\sigma_\varepsilon = 1.28^\circ$)	29
Tabla 4.4: Error de distancia simulada/estimada en los emplazamientos con ruido ($\sigma_\varepsilon = 12.81^\circ$)	31
Tabla 4.5: Evolución del Algoritmo a la época inicial simulada respecto el número de iteraciones ($n = 20$) para un caso sin ruido y otro con $\sigma_\varepsilon = 12.81^\circ$	32

1. Introducción

Las raíces de este proyecto yacen de la misión GEOSAR que consiste en monitorizar de forma continua el planeta Tierra para obtener información sobre el clima de una determinada zona, como bien hemos visto en el Resumen.

La misión GEOSAR nos brinda mucha información predecible gracias a la monitorización. Ésta usa un radar que opera en una órbita geo-síncrona que maximiza el tiempo de observación sobre una área extensa. El satélite mantiene bajo enfoque la misma zona geográfica ofreciendo, a su vez, imágenes SAR desde unos 42.000 km, aproximadamente.

1.1. Misión GEOSAR

Los satélites geo-síncronos nos ofrecen mejores resoluciones en imágenes de tipo SAR. De esta forma, en la misión GEOSAR, Europa podría ser monitorizada en muy pocas horas (3-4 horas).

La idea de lanzar satélites a estas órbitas ha crecido con fuerza en los últimos años. Actualmente estas bandas están muy ocupadas. Haciendo referencia a la Introducción, las bandas se sitúan alrededor de unos 42000 km desde el centro de la Tierra. La principal característica de esta misión es que la inclinación de su órbita es muy pequeña ($<1^\circ$) creando prácticamente una órbita del tipo circular. También se caracteriza por una minúscula excentricidad (<0.001) provocando que no tengamos una circularidad total.

Las ventajas para la sociedad son muy amplias y afectan a diversos campos. La misión GEOSAR da oportunidades, como por ejemplo:

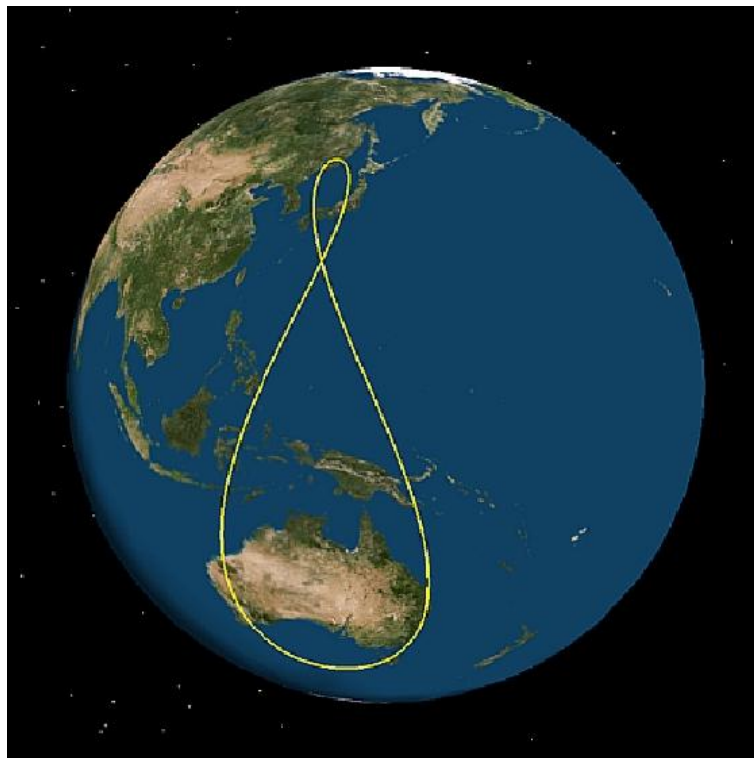


Figura. 1.1 Dibujo del movimiento de un satélite geo-síncrono sobre la Tierra

Atmospheric Phase Screen (APS)

Las señales viajan a través de la atmosfera sufriendo variaciones causadas por las turbulencias asociadas al vapor de agua. GEOSAR podría compensar este fenómeno gracias al permanente escaneo reduciendo dichos cambios atmosféricos.

Predicción del tiempo

La facilidad y agilidad para obtener imágenes de tipo SAR (alrededor de unos 20 – 30 minutos) podría ser usado para refinar las previsiones meteorológicas.

Terremotos, volcanes y Movimientos de tierra

Este tipo de catástrofes podrían evitarse con la adquisición de la misión GEOSAR. Usaríamos apuntamientos fijos sobre las zonas con alto riesgo de este tipo de eventos naturales. Imaginemos, por ejemplo, que usando dichas características podríamos haber evitado a tiempo los derrumbes que hubo hace unos años en el barrio de El Carmel, Barcelona.

1.2. Motivación y objetivos

El objetivo de este proyecto es simular un entorno ideal para poder determinar la órbita de un satélite de la misión GEOSAR a través del uso de un radar interferómetro. Para ello, primero he tenido que estudiar los fundamentos de Astrodinámica para conseguir un cierto nivel de conocimiento y poder aplicarlos en diferentes métodos y obtener los observables de fase deseados. La motivación personal tiene raíz en una de las asignaturas de la especialización de mi grado: TELED. Además, las diferentes aplicaciones de la rama de telecomunicaciones sobre la Tierra me llevaron a inducirme en este proyecto.

La metodología a seguir para obtener las observaciones de fase que nos proporciona el radar interferómetro, que son las que nos permitirán determinar las órbitas observadas, consiste en tres apartados:

Investigación en Astrodinámica

Comencé este proyecto aprendiendo como eran los movimientos orbitales, el conjunto de leyes que les relaciona y un profundo análisis matemático para consolidar formulas fundamentales. Todo esto lo logré gracias a la ayuda de la documentación proporcionada por mi tutor y con el código libre implementado por David Vallado.

Órbita ideal obtenida a partir de un TLE

En cuanto dominé los fundamentos aprendidos, el primer intento fue propagar la órbita conocida que se obtiene a partir de los parámetros que contiene un TLE. De esta manera, llegaba a un punto crítico: la obtención del vector de estado (tanto como de posición o velocidad) de la órbita de un satélite en cualquier época.

A continuación detallo con mayor precisión el significado del concepto TLE (Two Line Element). Éste es un formato de datos que contiene dos líneas que codifican los elementos orbitales de un satélite orbitando alrededor de la Tierra en una cierta época.

En la tabla 1.1 podemos observar con mayor detalle la estructura real de un TLE, donde cada espacio representa una columna que contiene un carácter.

A continuació les tablas 1.2 y 1.3 expliquen de forma detallada el valor de cada uno de los parámetros orbitales.

1	29055U	06012A	16134.72499529	.00000100	00000-0	00000+0	0	9992
2	29055	0.0556	319.5194	0003226	34.1275	158.4114	1.00272110	36788

Tabla 1.1 Representación del formato de un TLE

Línea 1

Campo	Columnas	Contenido	Ejemplo
1	01-01	Número de línea	1
2	03-07	Número de Satélite	29055
3	08-08	Clasificación (U=No clasificado)	U
4	10-11	Últimos dos dígitos del año de lanzamiento	06
5	12-14	Número de lanzamiento del año	012
6	15-17	Pieza del lanzamiento	A
7	19-20	Dos últimos dígitos del año de la época	16
8	21-32	Fracción del día del año	134.72499529
9	34-43	Primera derivada del "Mean motion" dividida por dos	.00000100
10	45-52	Segunda derivada "Mean Motion"	00000-0
11	54-61	Término BSTAR	00000+0
12	63-63	Tipo de efemérides (originalmente 0)	0
13	65-68	Versión de TLE del satélite	999
14	69-69	Checksum (Módulo 10)	2

Tabla 1.2 Representación del contenido de la primera línea de un TLE

Línea 2

Campo	Columnas	Contenido	Ejemplo
1	01-01	Número de línea	2
2	03-07	Número de satélite	29055

3	09-16	Inclinación (grados)	0.0556
4	18-25	RAAN (grados)	319.5194
5	27-33	Excentricidad (punto decimal asumido)	0003226
6	35-42	Argumento del perigeo (grados)	34.1275
7	44-51	“Mean Anomaly” (grados)	158.4114
8	53-63	“Mean Motion” (revoluciones por día)	1.00272110
9	64-68	Número de revoluciones en la época	3678
10	69-69	Checksum (Módulo 10)	8

Tabla 1.3 Representación del contenido de la segunda línea de un TLE

Observables

Un vez localizados nuestros emplazamientos simulados, podremos obtener las observaciones de distancia (diferencia entre posición satélite-emplazamiento) en cualquier época. Finalmente para llegar a nuestro objetivo con el modelo matemático obtenemos la fase interferométrica, también para cualquier época.

Llegado a este punto resolvemos el problema directo que planteamos al inicio de este proyecto; en la figura 1.2 se representa de forma más clara con un diagrama de bloques.

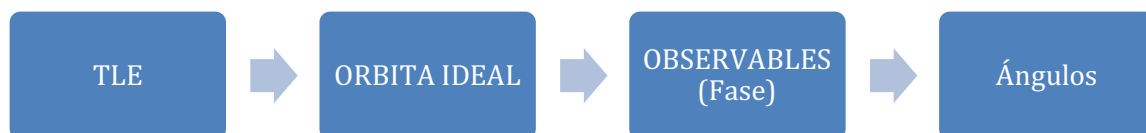


Figura. 1.2 Simulación del problema directo

A continuación se dará entrada al Capítulo 2, una explicación más profunda de la metodología introducida en el apartado 1.2.

Se evaluarán los primeros resultados y se explicará los motivos por los que recurrimos a la estimación estadística orbital usando el método de “Least Squares”, explicado en el Capítulo 4. Y como punto final llegaremos a las conclusiones y evaluación de los resultados obtenidos por el algoritmo. Así mismo, el apartado que pone punto y final al este TFG consiste en un planteamiento de los siguientes problemas a abordar en los próximos meses.

2. Fundamentos de Astrodinámica

El primer requisito para poder determinar una órbita es describir una estructura inercial de referencia. En caso de satélites que giran alrededor de la Tierra, podemos distinguir diferentes Sistemas de Coordenadas dónde el más conveniente suele ser el Sistema: heliocéntrico-eclíptico.

En el apartado 2.1 se detallan algunos Sistemas de Coordenadas. Para describirlos mejor daremos la posición de origen, la orientación del plano fundamental (por ejemplo el X-Y), la dirección principal (la del eje X) y la dirección del eje Z.

Éste último eje tiene que ser perpendicular al plano fundamental. Por último, el eje Y es elegido por regla de la mano derecha.

2.1. Sistemas de Coordenadas

Heliocéntrico-Eclíptico

Como su nombre indica, tiene su origen en el centro del Sol. Su plano fundamental lo forma el X-Y y coincide con el plano donde la Tierra revoluciona alrededor del Sol. La dirección principal es la del eje X que apunta al Equinoccio de Primavera (γ).

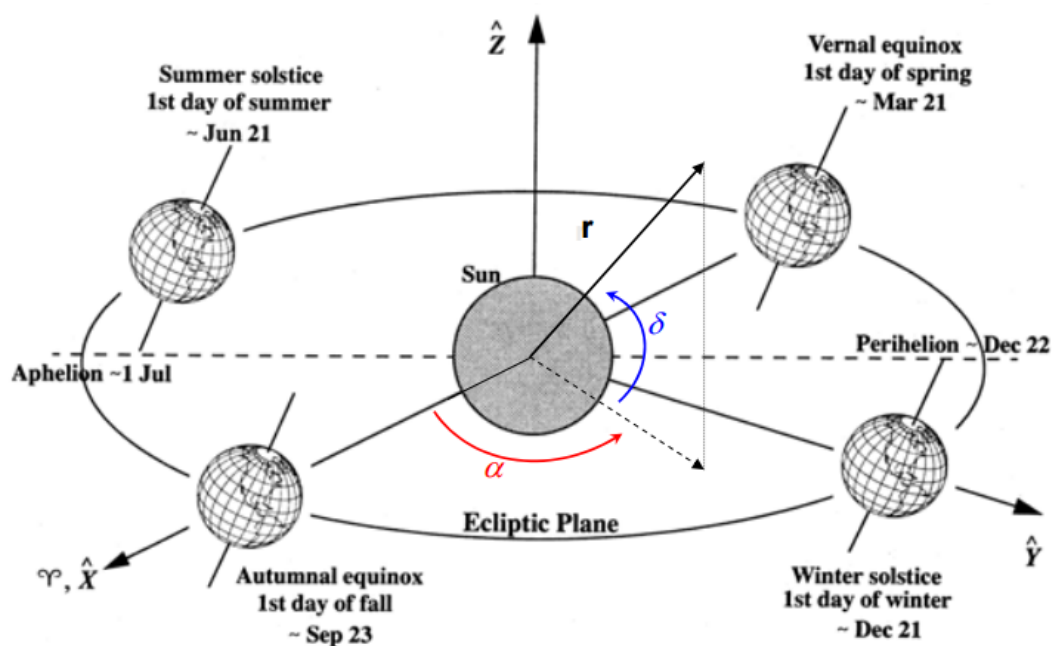


Figura 2.1 Sistema de Coordenadas Heliocéntrico-Eclíptico

Geocéntrico-Ecuatorial (ECI)

Su origen está en el centro de la Tierra, su plano fundamental es el Ecuador y el lado positivo del Eje X apunta en la dirección del Equinoccio de Primavera. Su eje Z apunta en la dirección del Polo Norte. En este Sistema de Coordenadas tenemos que tener en cuenta que XYZ no son fijos sino que giran con la misma Tierra y la estructura es no-rotacional respecto a los astros.

Geográfico (ECEF)

Sistema muy similar al ECI. La posición de un objeto sobre la esfera es descrita por dos ángulos: latitud y longitud. Para determinar la medida de la longitud se mide desde el Equinoccio de Primavera sentido Este sobre el plano del Ecuador. En cambio, la latitud, se mide en sentido norte desde el Equinoccio de Primavera hasta el punto de visión directa.

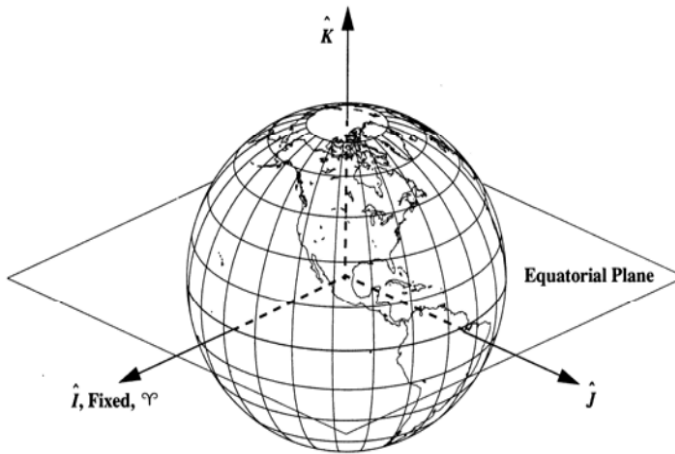


Figura 2.2 Sistema de Coordenadas ECI

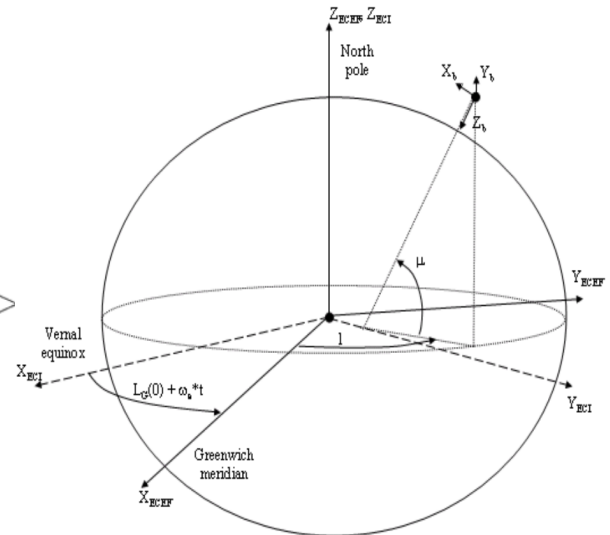


Figura 2.3 Sistema de Coordenadas ECEF

Perifocal

Es el sistema de coordenadas más conveniente para describir el movimiento de un satélite. Su plano fundamental es el mismo plano de la órbita del satélite. Donde su dirección principal apunta al perigeo de la órbita.

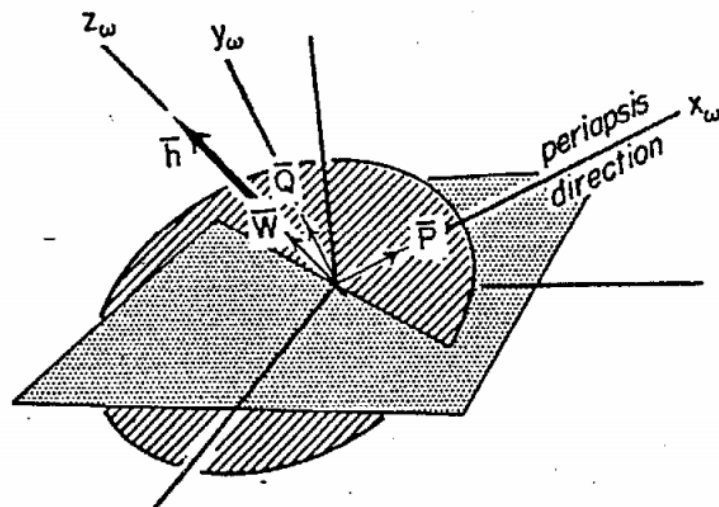


Figura 2.4 Sistema de Coordenadas Perifocal

Vistos estos diferentes Sistemas de Coordenadas, llegamos a la deducción que para nuestra aplicación y nuestro entorno simulado nos conviene más el Sistema ECI. Al simular el movimiento rotacional de la Tierra obtendremos diversos Vectores de Estado (posición o velocidad) situados en épocas distintas (tiempo).

2.2. Representación del Estado del Satélite

Necesitamos seis cantidades para definir lo que denominamos 'estado de un satélite en el espacio', para cualquier tipo de órbita. Llamaremos a la agrupación de estos elementos 'Vector de Estado' (SV). Normalmente el SV está asociado a la posición y velocidad del objeto en coordenadas Cartesianas, pero también encontramos los elementos orbitales clásicos (COE) o también llamados elementos Keplerianos.

2.2.1. Elementos Orbitales Clásicos

Habitualmente el semieje mayor (a) se lista como primer elemento de los 5 primeros que acaban de describir el tamaño, la forma y la orientación de una órbita. Los cuatro restantes son: Excentricidad (e), inclinación (i), longitud del nodo ascendente (Ω) y argumento del perigeo (ω). Tan solo nos faltaría listar el último elemento que determina con precisión la posición del satélite a lo largo de la órbita: el tiempo de paso por el perigeo (T). En la figura 2.5 quedan mejor ilustrados todos los anteriores elementos.

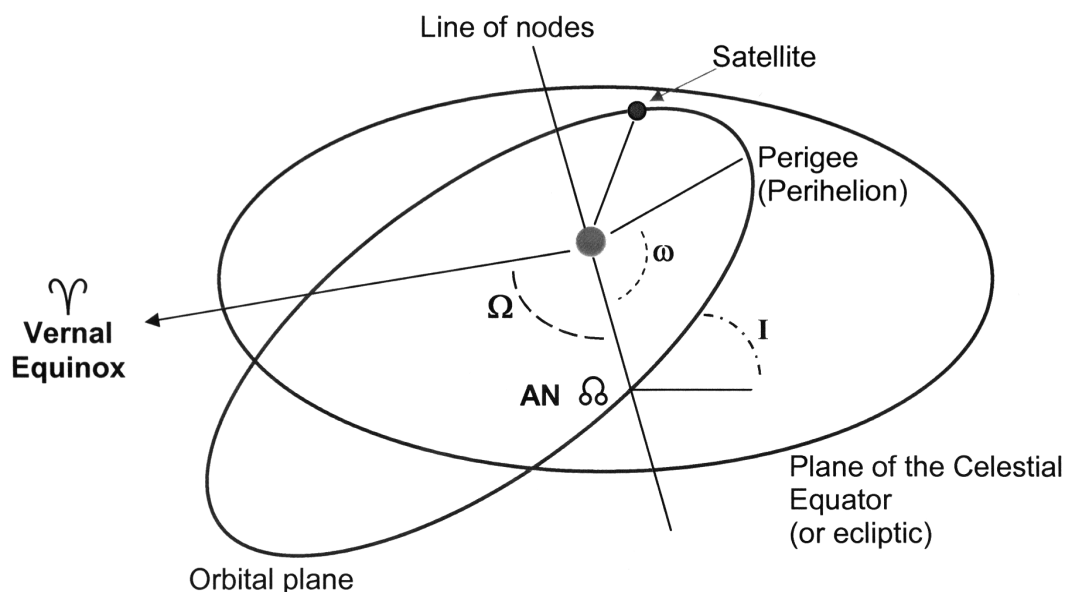


Figura 2.5 Representación de los COE

Semi-parámetro (p)

Ya que el semieje mayor es infinito para orbitas parabólicas, definimos el parámetro p que describe el tamaño de la sección cónica.

$$p = a(1 - e^2) \quad (2.1)$$

“Mean Motion” (n)

Mide la media de velocidad angular del satélite, se define como:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (2.2)$$

Excentricidad (e)

Describe la forma de la órbita, es decir, si la órbita es más o menos circular.

Inclinación (i)

Se refiere al “ladeado” que tiene el plano de la órbita. Éste ángulo se mide desde el vector unidad \hat{K} al vector de momento angular h . Su rango esta entre los 0-180°.

Longitud del nodo ascendente (Ω)

Es un ángulo que se mide en el plano ecuatorial desde el vector unitario \hat{r} hasta el nodo ascendente. Hay que aclarar que las orbitas ecuatoriales no tienen nodo y por lo tanto este parámetro no está definido.

“True Anomaly” (ν)

Determina la posición actual relativa de un satélite respecto a la posición del perigeo.

Argumento del Perigeo (ω)

Medido desde el nodo ascendente hasta el perigeo. Éste varía entre 0-360°.

2.3. Ecuación y problema de Kepler

Es un concepto para entender el problema básico “2-body” o movimiento de cuerpos en el espacio a lo largo de sus orbitas. La ecuación nos permite determinar la relación de tiempo y desplazamiento angular dentro de una órbita. El “problema de Kepler” se denomina al enigma de la propagación de un satélite por su órbita donde la solución la satisface dicha ecuación.

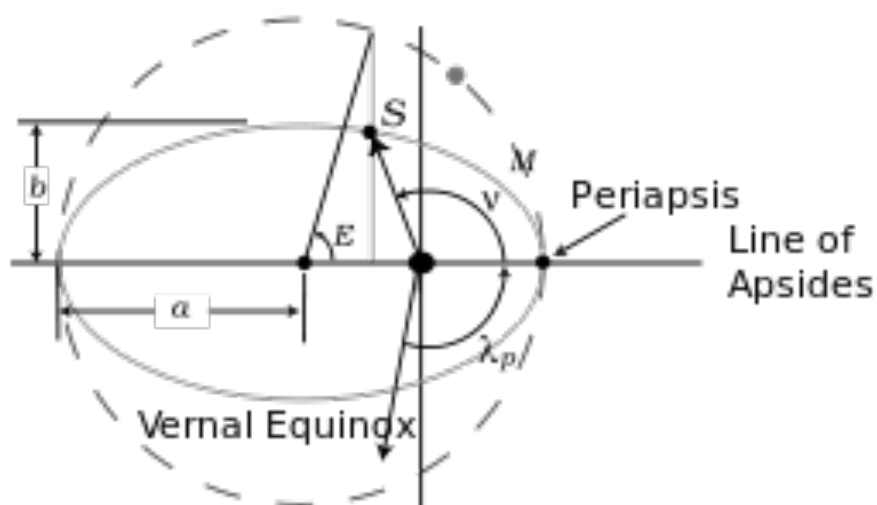


Figura 2.6 Representación de la Ecuación de Kepler

3. Determinación Orbital Inicial

El objetivo de este apartado es determinar nuestra órbita simulada a partir de un TLE. Con los fundamentos anteriores ya podemos adentrarnos a simular el entorno y obtener los primeros observables de distancia, los cuales transformaremos con un modelo matemático para obtener los observables de fase deseados.

El método propuesto para la determinación de una órbita ideal, equivaldría al bloque de “Orbita Ideal” explicado en la Introducción de este TFG, concretamente en la Figura 1.2. A continuación ampliaremos dicho bloque con los anteriores conceptos de astronomía. La situación actual se muestra en la figura 3.1:

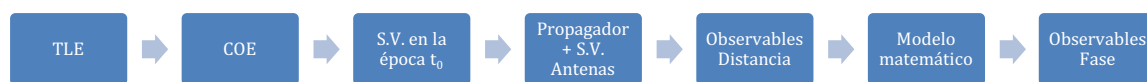


Figura 3.1 Diagrama de bloques de la obtención de observables de fase

3.1. Obtención de Datos

Para ver como obtenemos los datos debemos antes familiarizarnos con el entorno. Para ello escogemos un modelo de la Tierra para poder localizar cualquier punto del planeta y situar nuestros emplazamientos.

3.1.1. Modelo de la Tierra

El modelo escogido es el *WGS84* que tiene como principales características:

- Semieje Mayor: 6,378.137 Km
- Semieje Menor: 6,356.752 Km
- Achatamiento f : 1/298.257223563
- Producto de la Constante Gravitacional (G) y la Masa de la Tierra (M): $GM = 3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$
- Velocidad Angular de la Tierra ω : $7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$

Con este modelo podemos representar cualquier emplazamiento en la Tierra con su longitud, latitud y altura. Los métodos que utilizamos a partir del código de Vallado para determinar emplazamientos, se plantean bajo un Sistema de coordenadas ECEF. Como en nuestro entorno planteamos un sistema ECI, el único parámetro que se ve afectado es la longitud, ya que la latitud no se ve afectada con el movimiento rotacional de la Tierra. La solución para resolver este problema viene de la interpretación del tiempo en el Sistema de Coordenadas ECEF que se explica en el apartado 3.1.2.

3.1.2. Tiempo

Para conseguir la nueva longitud en un Sistema ECI tenemos que tener en cuenta la época del S.V. Introducimos el concepto de *Tiempo Sideral* como el ángulo relativo

desde el Equinoccio de Primavera al meridiano local. Como el Equinoccio de Primavera es un punto de referencia, el tiempo sideral asociado al meridiano de Greenwich se denomina (GMST) θ_{GMST} . Y denominamos al tiempo sideral en una longitud particular, (LST) θ_{LST} .

Para convertir la longitud de un sistema ECEF a uno ECI debemos sumar a la longitud particular el tiempo que haya transcurrido hasta el meridiano de Greenwich, es decir, el tiempo sideral de una longitud local es:

$$\theta_{LST} = \theta_{GMST} + \lambda \quad (3.1)$$

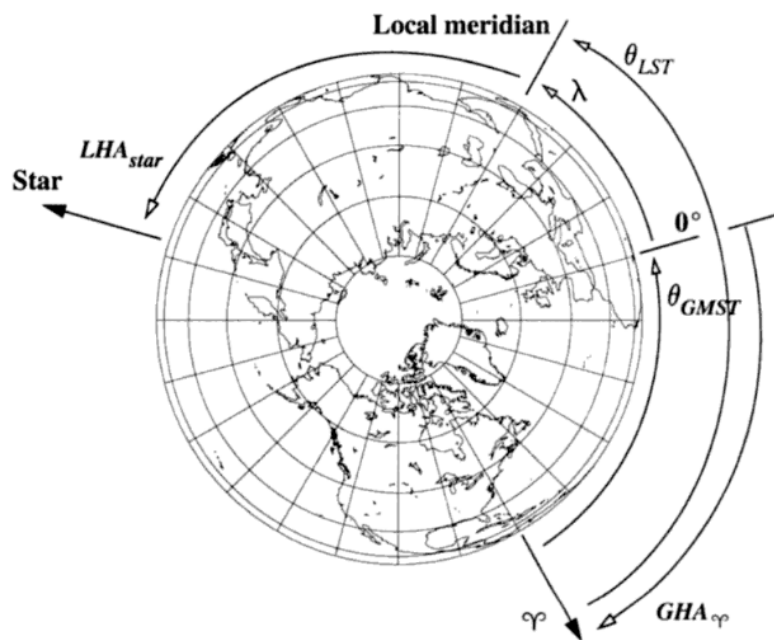


Figura 3.2 Representación de los ángulos de tiempo sideral

De esta manera podremos emplazar nuestras antenas según las siguientes coordenadas y obtener sus posiciones correspondientes para cada época:

Antena	Longitud	Latitud	Altura
Antena 1 (Master)	2°06'41.9328"E	41°23'19.8306"N	101 m
Antena 2 (Esquina)	2°06'41.4820"E	41°23'19.9042"N	101 m
Antena 3 (Nueva)	41°23'19.7045"N	2°06'41.5150"E	101 m

Tabla 3.1 Coordenadas de los emplazamientos

3.2. Observaciones de Distancia

Hasta este punto hemos simulado nuestra órbita ideal obteniendo como resultado:

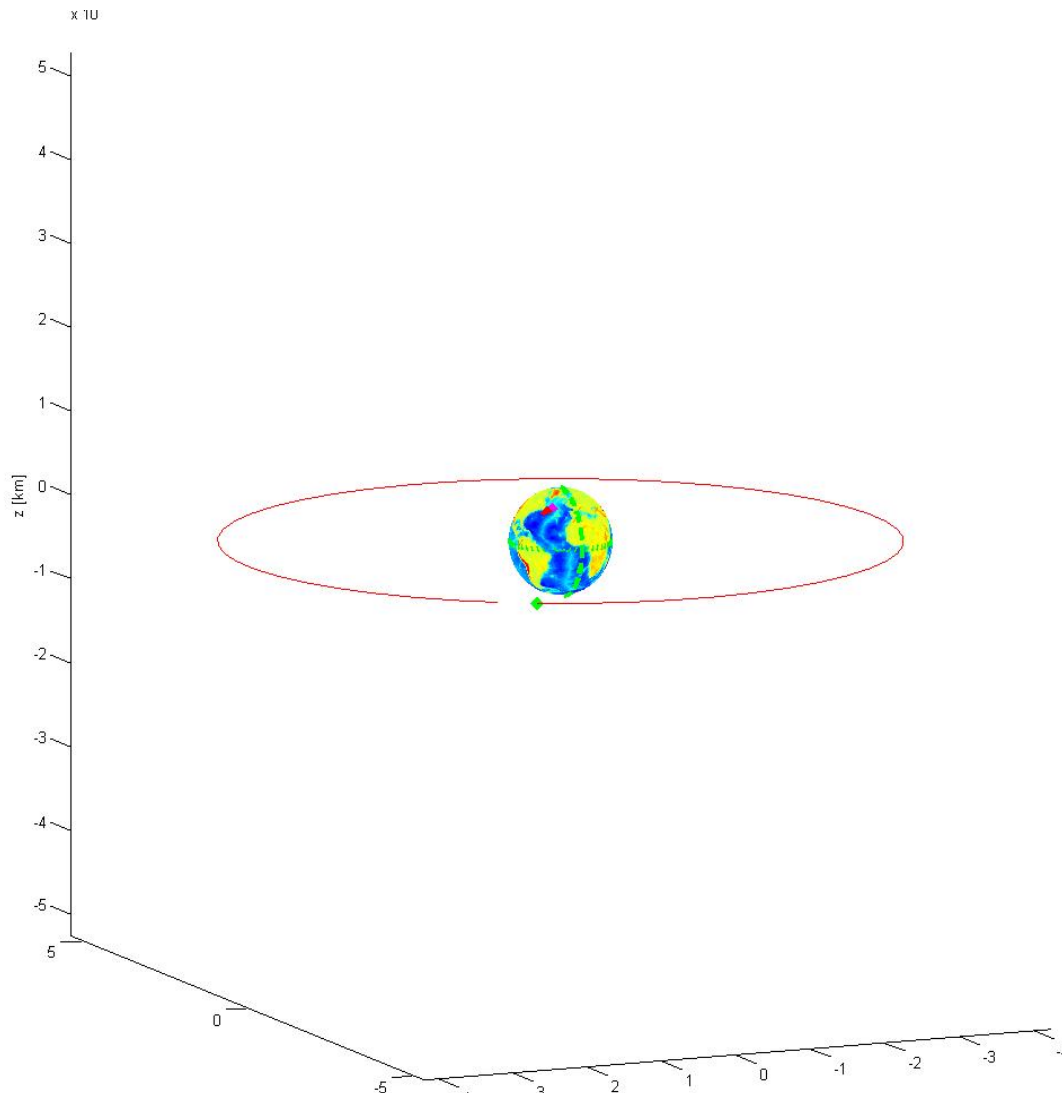


Figura 3.3 Representación de la órbita simulada

Ahora a partir de la definición de distancia:

$$\rho = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\text{SITE}}\| = \sqrt{(r_x - r_{\text{SITE}x})^2 + (r_y - r_{\text{SITE}y})^2 + (r_z - r_{\text{SITE}z})^2} \quad (3.2)$$

Como tenemos el S.V propagado y las posiciones de las antenas asociadas a cada una de las épocas, obtenemos fácilmente las distancias para cada uno de los emplazamientos.

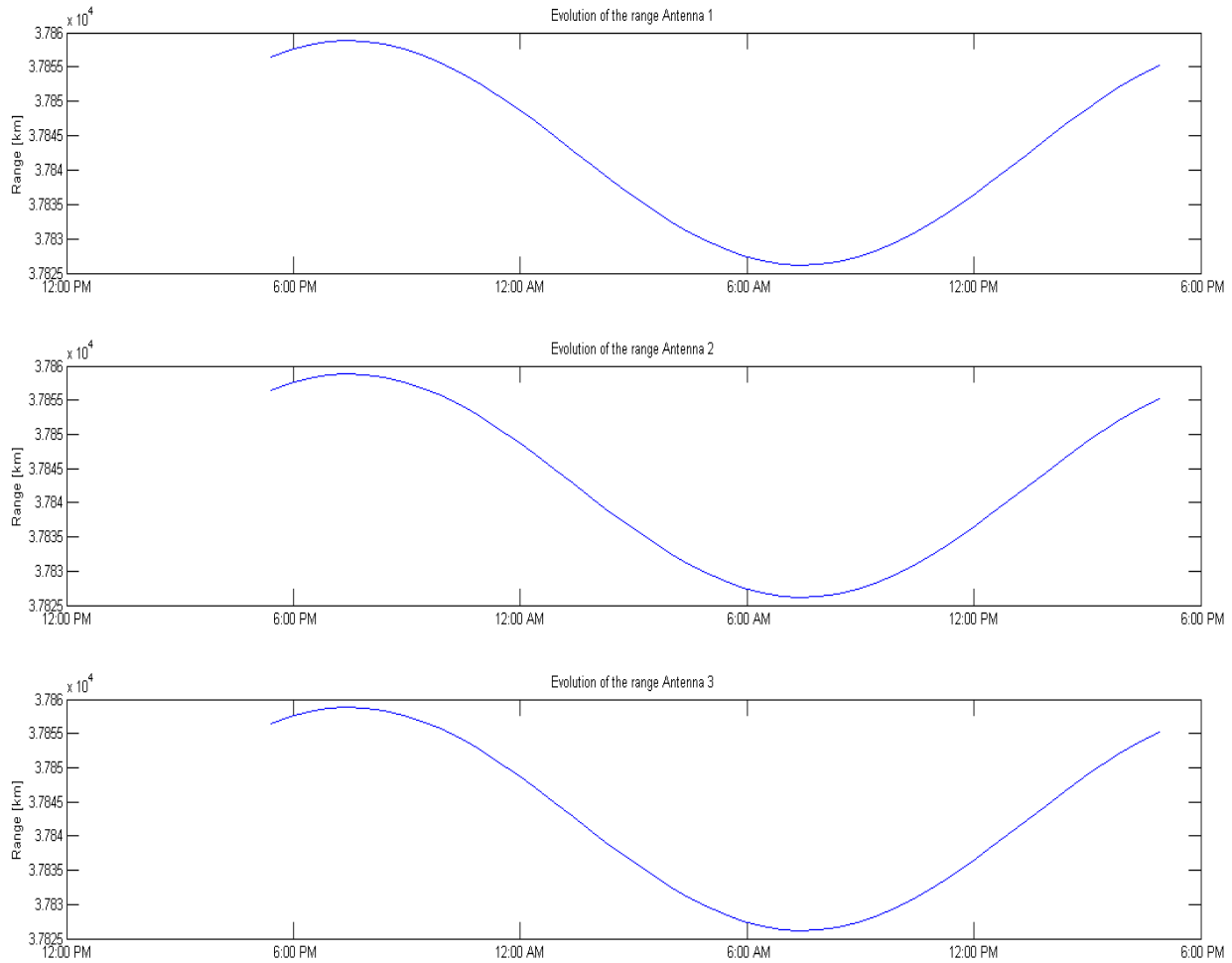


Figura 3.4 Representación de las observaciones de distancias

3.3. Observaciones de Fase Interferométrica

En la figura 3.4 tenemos los observables de distancia, pero para cumplir el requisito de este trabajo, necesitamos observables de fase. El modelo matemático que nos permite relacionar distancias con fases es:

$$\phi_{1,2} = -k(R_1 - R_2) \quad (3.3)$$

Hay que comentar que las líneas de base simuladas están alrededor de 10-12 metros. Son líneas cortas y, por lo tanto, podemos tener vueltas de fase que podrían ser un punto crítico a la hora de la detección orbital.

Esto nos lleva a la posible hipótesis de desenrollar la fase o saber, a priori, cuantas vueltas de fase tenemos en las observaciones. En la figura 3.5 tenemos los resultados de la simulación que están representados en grados y se tiene en cuenta el número de vueltas para poder representarlo entre el rango 0-360°.

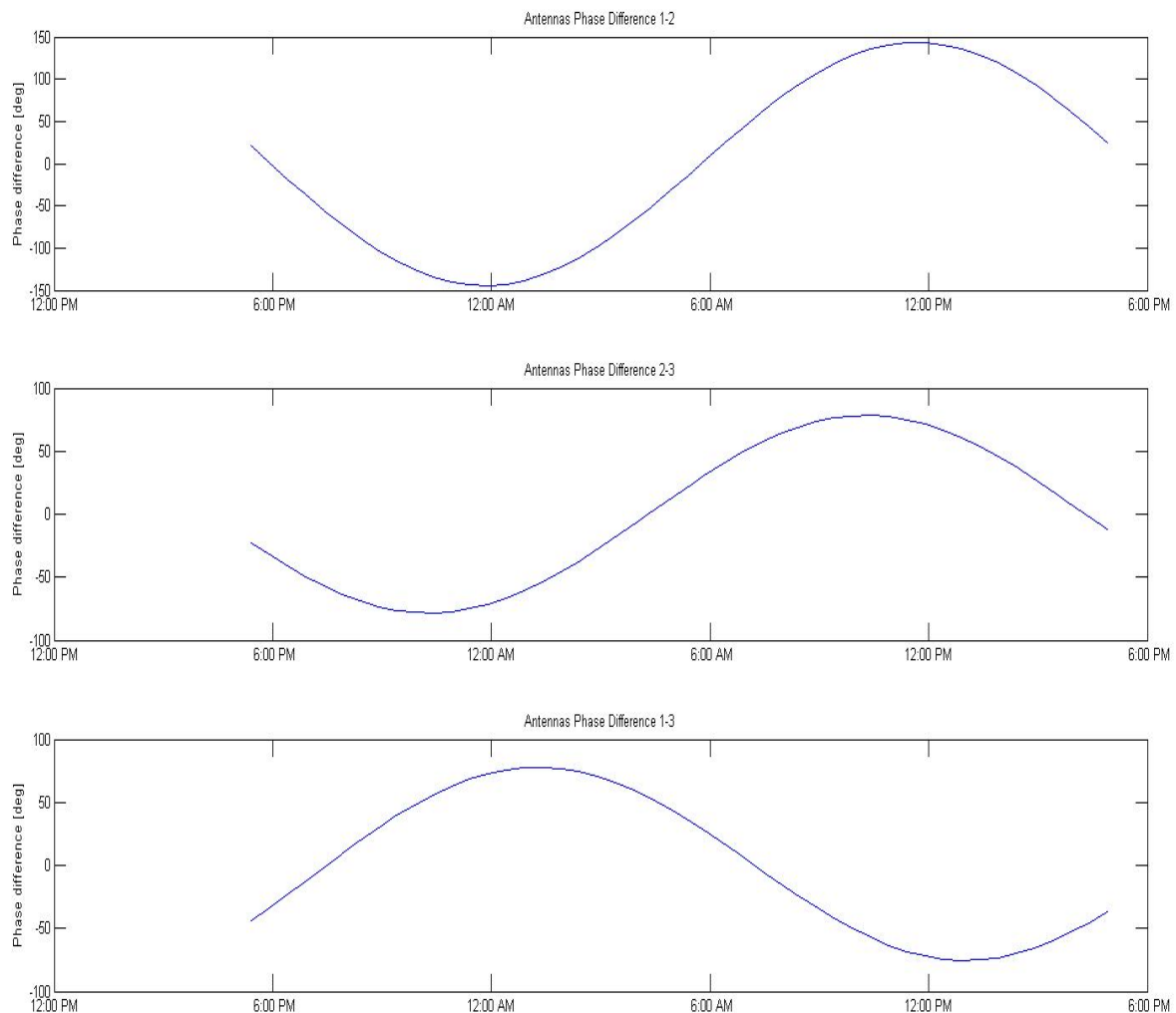


Figura 3.5 Representación de las observaciones de fase

Aquí acaba la simulación del problema directo, donde en la figura 3.5 se observan las fases interferométricas de cada una de las líneas de base. En el Capítulo 4 se plantea el problema inverso que consiste en determinar la órbita de un satélite a partir de observaciones medidas.

Dicho problema nos introduce a usar métodos estadísticos aplicados a determinación orbital. Usamos el Algoritmo Least Squares para resolver nuestro problema.

4. Determinación Orbital Estadística

Independientemente de tener unas observaciones de calidad, necesitamos una estimación de estas para poder reforzar futuros S.V. de un satélite.

Los inconvenientes principales que “ensucian” nuestras observaciones son tanto internos: producidos a la propia propagación del S.V (procesado del señal); como externos: anomalías reales durante la transmisión, eventos atmosféricos...

La determinación estadística de hoy es tan importante como unas buenas medidas, este Capitulo nos introduce a distintas técnicas reales con el objetivo de la aplicación final: permitirnos una alta precisión orbital.

4.1. Least Squares

Least Squares o en castellano, *Mínimo Cuadrados*, es una técnica de análisis numérico que optimiza la solución de un problema. El cual reduce las observaciones obtenidas a un modelo matemático minimizando la suma de los residuos al cuadrado cuya definición es:

$$\bar{r} = y_0 - y_c \quad (4.1)$$

Donde y_0 son las observaciones de la variable a determinar, y_c son los valores computados del modelo matemático.

Para poder entender la funcionalidad del Algoritmo, empezaremos analizando un ejemplo mas simple como es el problema lineal.

4.1.1. Least Squares Lineal

Linear unweighted least squares es la técnica de estimación mas simple. Asume datos con el mismo peso o importancia. Imaginemos un problema como determinar el camino de un mármol de acero a través de una mesa. Las observaciones las obtenemos a partir de unos sensores colocados en la mesa en los ejes X, Y.

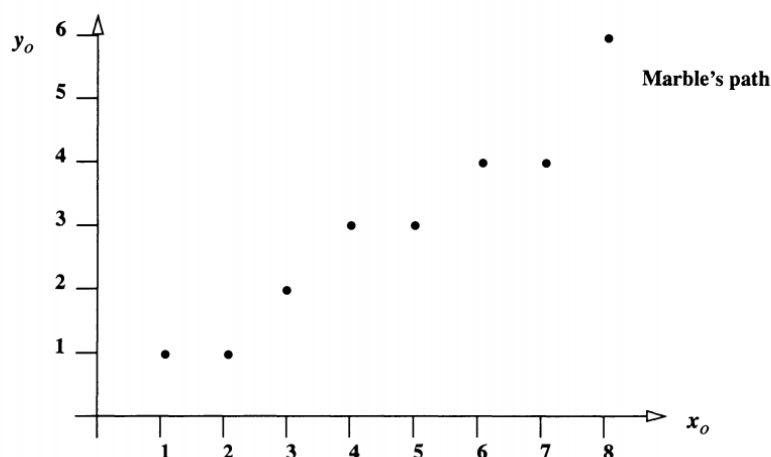


Figura 4.1 Para considerar el proceso Least Squares consideramos un movimiento aleatorio del marmol sobre la mesa

El residuo para este problema es:

$$\bar{r} = y_0 - y_c$$

La diferencia entre observaciones y valores computados de la variable dependiente (diferencia entre modelo y realidad).

Para determinar la solución que se puede aproximar a una recta:

$$y_{ci} = \alpha + \beta x_{0i}$$

Por lo tanto quedando como residuo:

$$\bar{r}_i = y_{0i} - (\alpha + \beta x_{0i})$$

La tarea de ahora es determinar los parámetros dependientes que minimizan la suma de los residuos al cuadrado en N observaciones, donde la función de costes es:

$$J = \sum_{i=0}^N \bar{r}_i^2 \quad (4.2)$$

Haciendo los desarrollos oportunos y necesarios sobre las variables anteriores, cuya explicación no se cita en este TFG por límites marcados pero sí se puede encontrar en el libro escrito por David Vallado, *"Fundamentals of Astrodynamics and Application"*. Obtenemos finalmente la solución para el caso lineal:

$$\hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (4.3)$$

Definiendo como:

A: La matriz de derivadas parciales (N x 2)

X: la solución, el S.V final (2 x 1)

b: matriz de observaciones (N x 1)

4.1.2. Least Squares No-lineal

En el siguiente ejemplo no modelamos el modelo como una recta, sino que el camino del mármol a través de la mesa describe una trayectoria sinusoidal provocando, así, que el modelo ya no sea lineal.

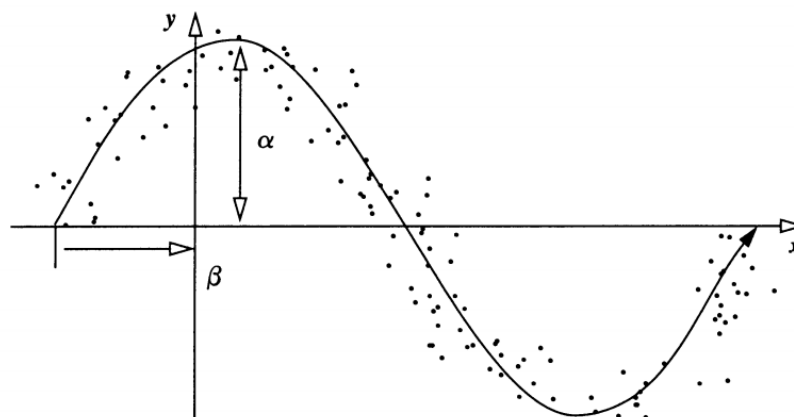


Figura 4.2 Como vemos ahora el modelo no-lineal, $y = f(x) = \alpha \sin(x + \beta)$ y la estimación se vuelve no lineal porque separamos α, β

En este caso se estiman también dos parámetros, la amplitud de la onda y su fase (como en el caso lineal α, β). El objetivo principal es aproximar a partir de la Serie de Taylor los valores de la ecuación nominal. Siguiendo con el estricto desarrollo matemático llegamos a la solución que utiliza el concepto de corrección diferencial.

Estas correcciones se aplican a los distintos S.V obtenidos durante las iteraciones del proceso. Este proceso “corrige” el estado estimado convergiendo hacia la solución final. El paso usado para las correcciones es:

$$\delta \hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T \tilde{b} \quad (4.4)$$

Solución idéntica a la del problema lineal, excepto porque las matrices anteriores contienen las estimaciones previas a cada corrección diferencial.

4.2. Aplicación: Determinación Orbital usando Corrección Diferencial

En nuestro problema emplearemos la aplicación que se usa en el libro de David Vallado y adaptaremos su código a nuestros requisitos. Esperamos resolver el problema inverso a partir de la convergencia del Algoritmo “Least Squares” hacia un S.V o unos parámetros orbitales que nos proporcionen una órbita lo mas similar a la simulada (denominada a veces como ideal) con un margen de error de centímetros.

Para confirmar dicha convergencia hacia la solución correcta, la cual conocemos; “distorsionaremos” el S.V ideal en las diferentes coordenadas x, y, z para ver posteriormente la evolución del algoritmo al paso de cada iteración.

Añadimos también ruido térmico de fase, en la que su desviación típica se describe por la ecuación 4.5:

$$\sigma_{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{2 * SNR_{Rx}}} \quad (4.5)$$

La ecuación de la desviación típica de cómo afecta el ruido térmico en la fase la obtenemos del libro “Communications Systems” (3rd Edition, p.330), A. Bruce Carlson. Aplicando diferentes valores de SNR obtenemos las desviaciones de la tabla 4.1:

SNR	σ_{ε}
30 dB	1.28°
20 dB	4.05°
10 dB	12.81°

Tabla 4.1 Valores de desviación típica de ruido térmico según la SNR recibida

En nuestra aplicación queremos estimar las tres fases interferométricas obtenidas a partir de cada una de las líneas de base. Por lo tanto, nuestras observaciones las definimos conjuntamente en el vector para un instante i :

$$\overline{y_{0i}} = \begin{bmatrix} \Delta\phi_{1,0} \\ \Delta\phi_{2,0} \\ \Delta\phi_{3,0} \end{bmatrix}$$

Y para formar los residuos calculamos las medidas predecibles a partir del modelo matemático. Obteniendo:

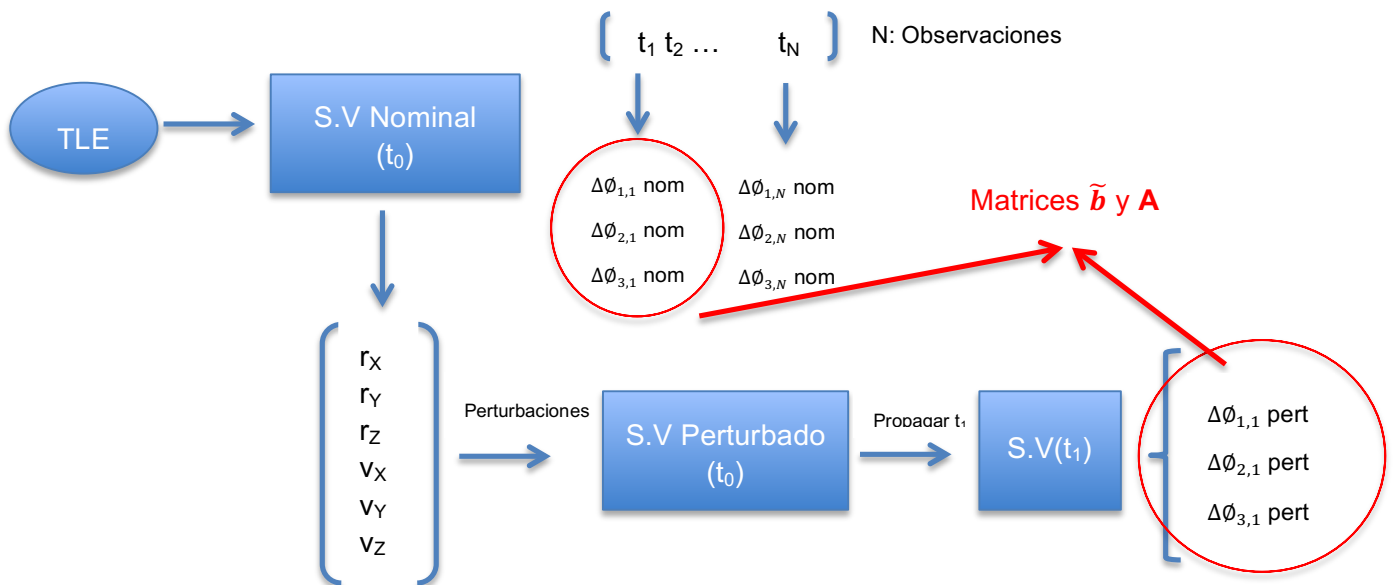
$$\overline{y_{ci}} = \begin{bmatrix} \Delta\phi_{1,c} \\ \Delta\phi_{2,c} \\ \Delta\phi_{3,c} \end{bmatrix}$$

A continuación, a partir de la definición del problema no-lineal, la solución para resolver nuestra aplicación se define como:

$$\delta\hat{x} = \begin{bmatrix} \Delta r_I \\ \Delta r_J \\ \Delta r_K \\ \Delta v_I \\ \Delta v_J \\ \Delta v_K \end{bmatrix}; \quad \tilde{b} = \begin{bmatrix} \overline{r_1} \\ \overline{r_2} \\ \vdots \\ \overline{r_N} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} \Delta\phi_{1,0i} - \Delta\phi_{1,ci} \\ \Delta\phi_{2,0i} - \Delta\phi_{2,ci} \\ \Delta\phi_{3,0i} - \Delta\phi_{3,ci} \end{bmatrix}$$

Bajo las variables anteriores obtendríamos la función de coste a minimizar por el Algoritmo Least Squares, esta función no depende únicamente de los S.V obtenidos de las observaciones. El proceso de correcciones diferenciales nos permite encontrar las matrices de derivadas parciales que nos muestran la dirección en la que se encuentra el mínimo local a convergir iteración tras iteración.

En la figura 4.3 se representa el diagrama de bloques que describe el Algoritmo para la aplicación de determinación orbital de este TFG.

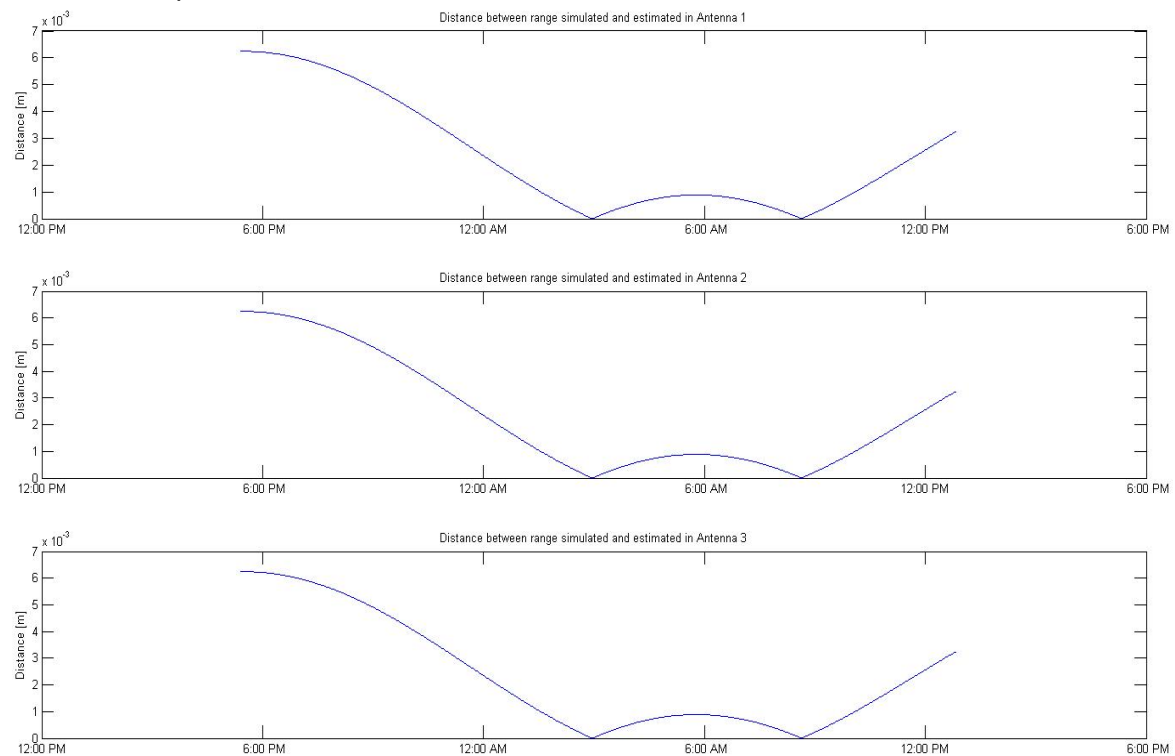


4.3 Diagrama de bloques del proceso del Algoritmo Least Squares

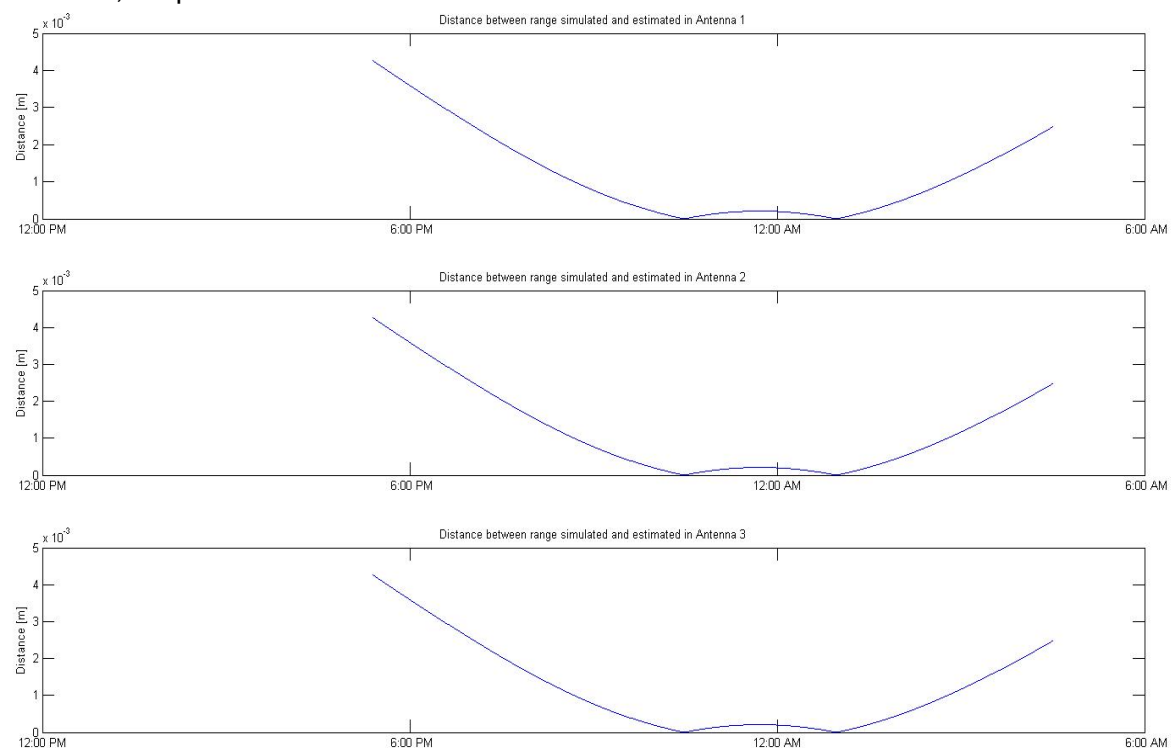
En las siguientes gráficas se muestran los resultados de error ente la distancia simulada y la distancia obtenida a partir de la estimación Least Squares. En las tablas 4.2, 4.3 y 4.4 se comparan distintas configuraciones de observaciones con el fin de analizar estos resultado en el apartado de Conclusiones.

Caso “Noiseless”

N = 600, Step = 100 s



N = 800, Step = 50 s



$N = 1000$, Step = 20 s

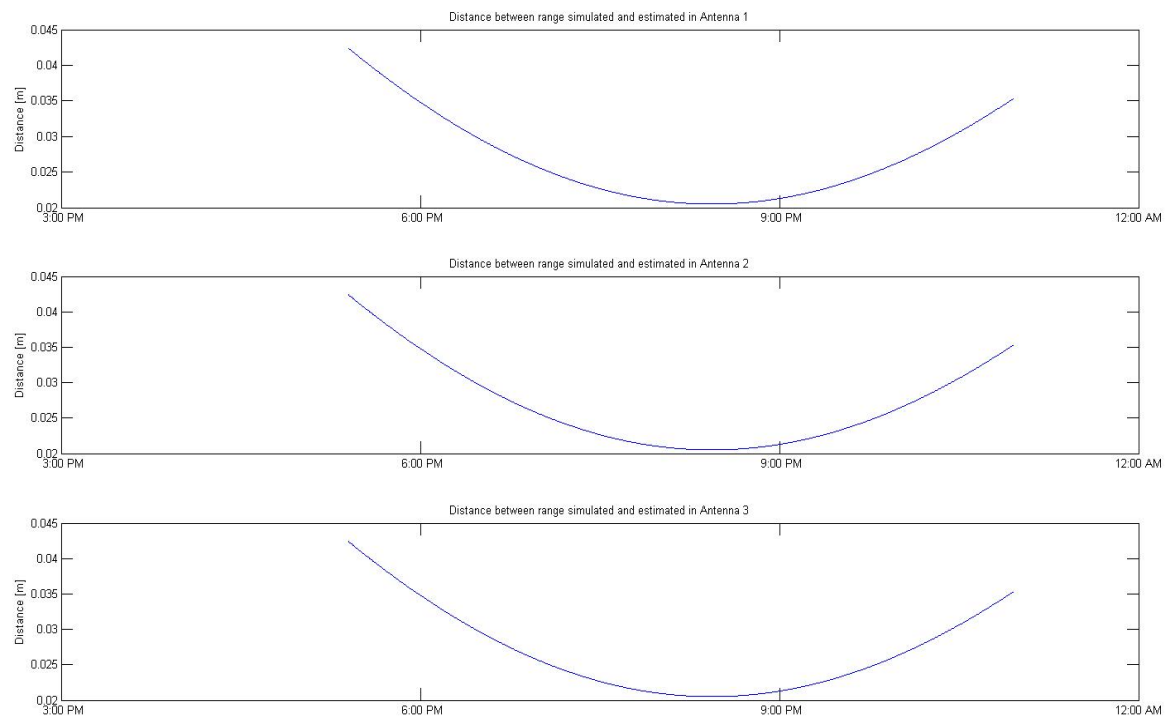
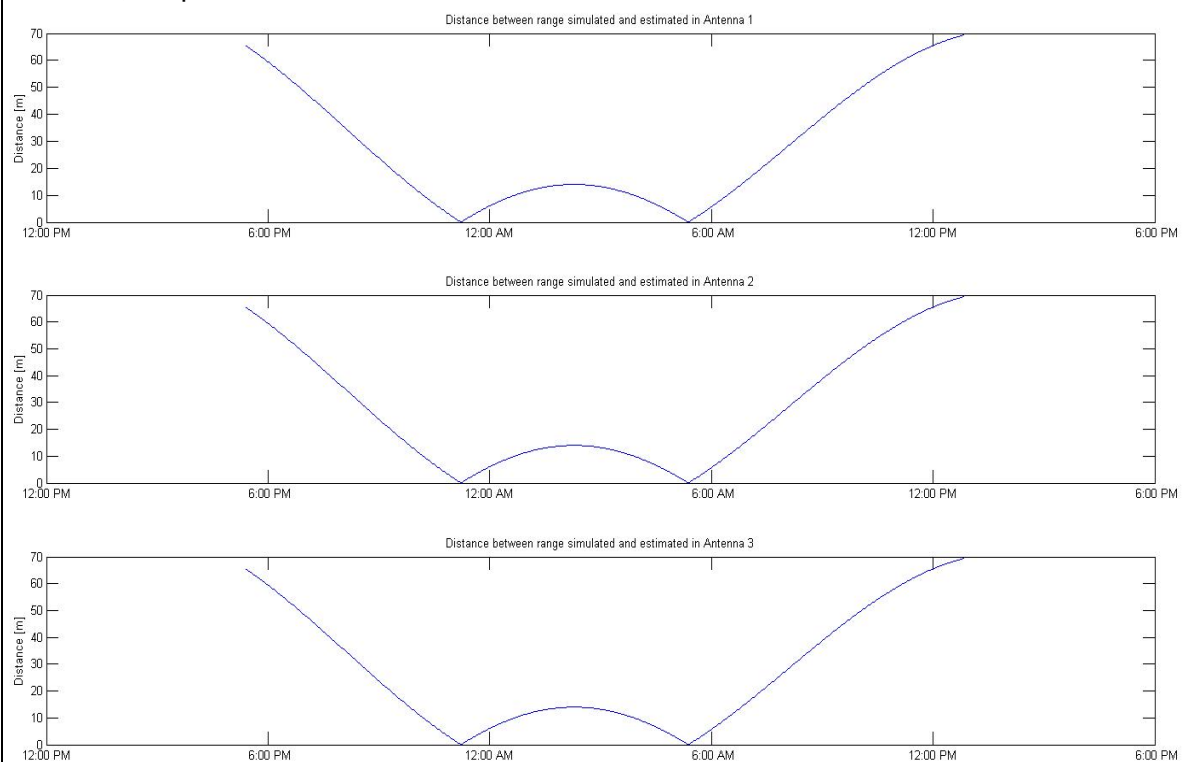


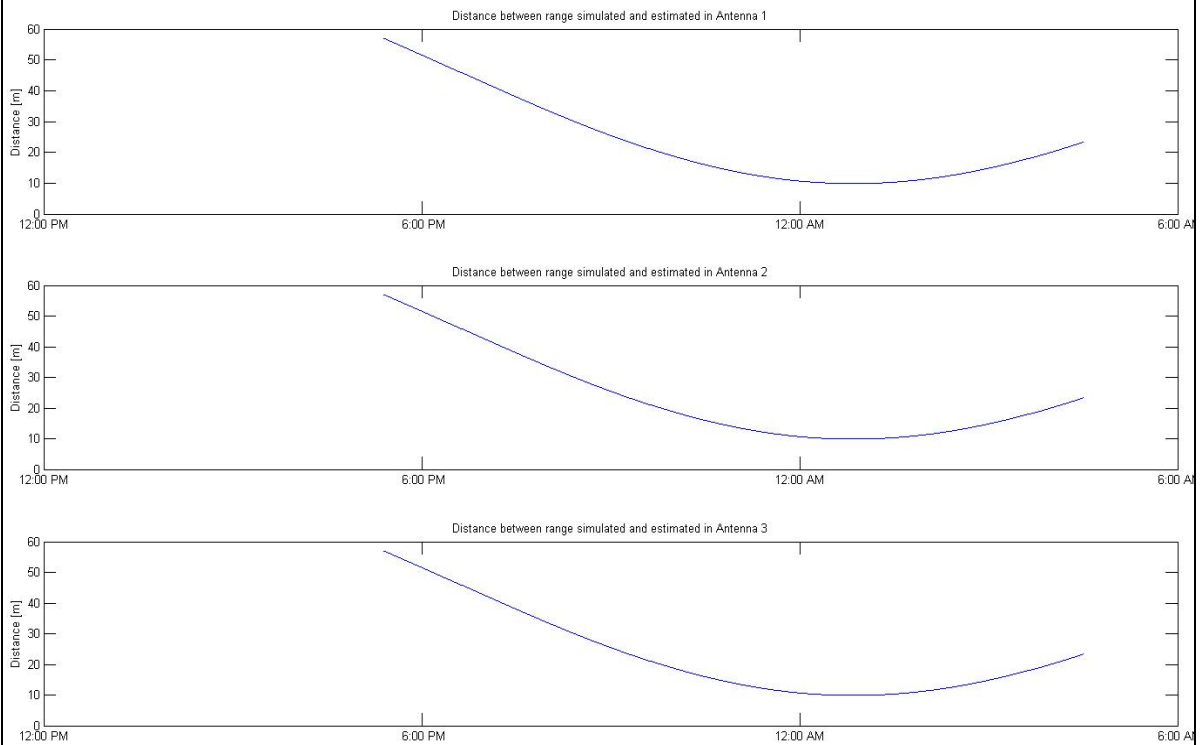
Tabla 4.2 Error de distancia simulada/estimada en los emplazamientos sin ruido añadido

Caso SNR = 30 dB

$N = 600$, Step = 100 s



N = 800, Step = 50 s



N = 1000, Step = 20 s

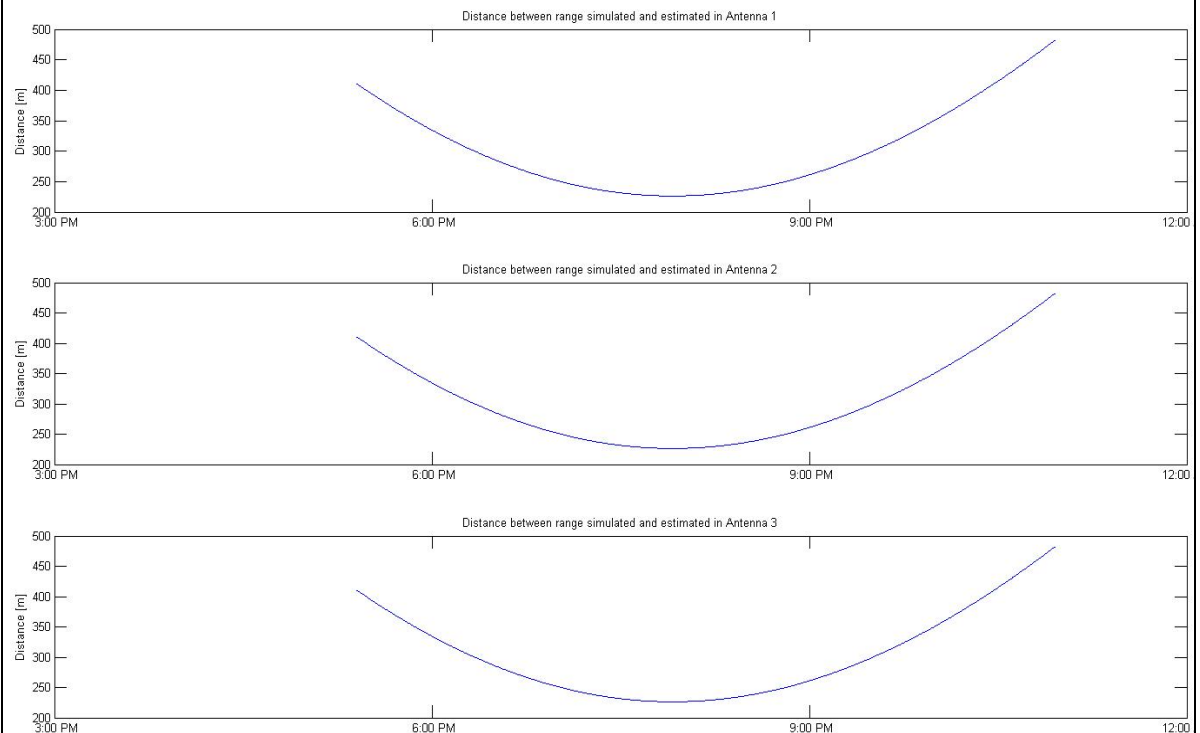
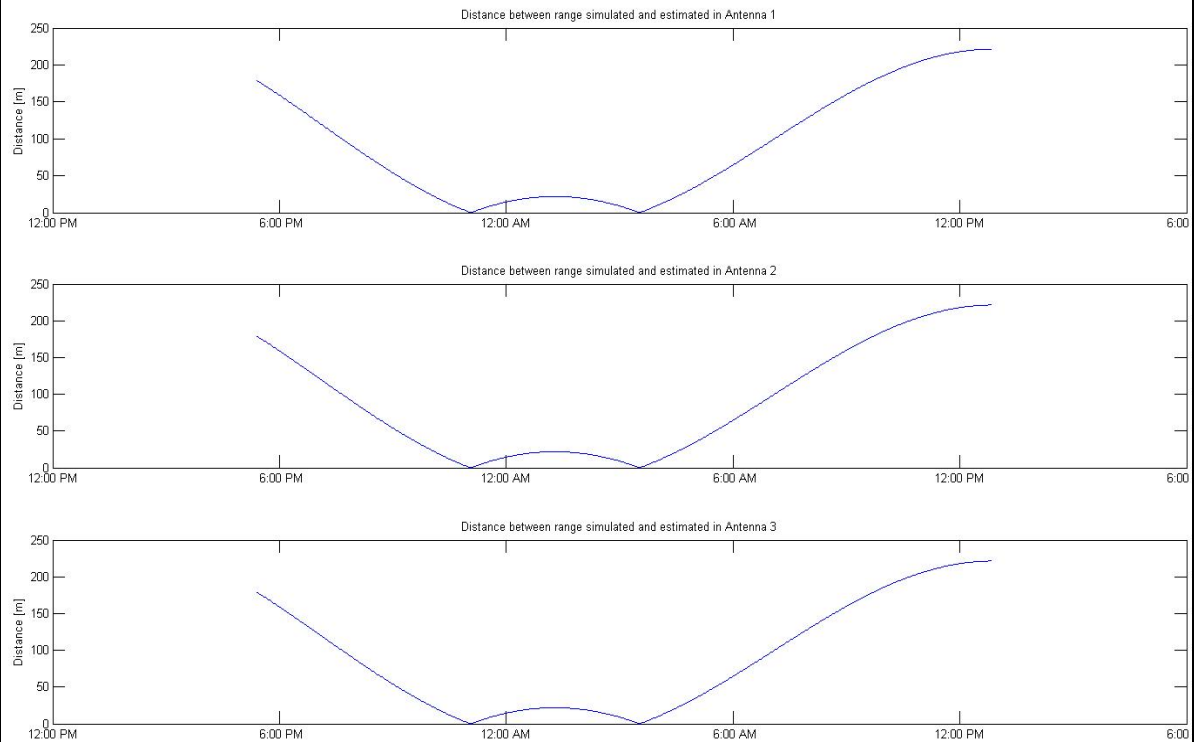


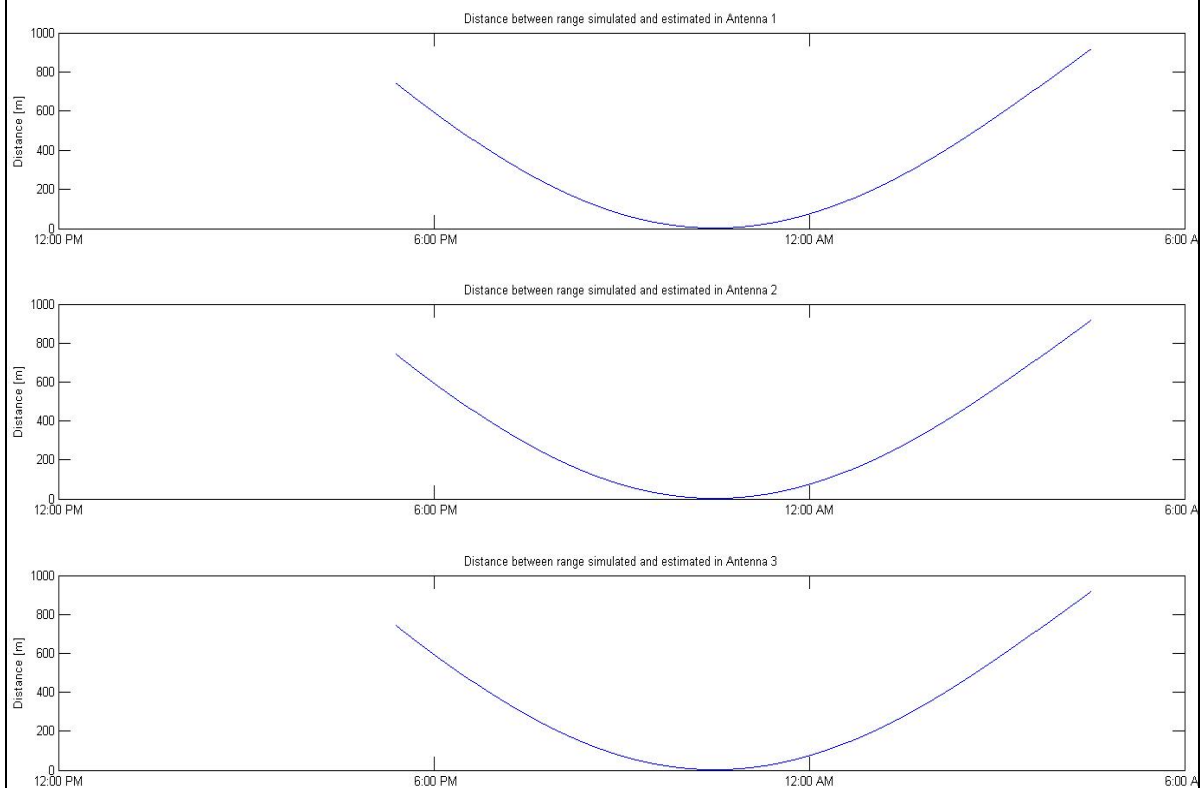
Tabla 4.3 Error de distancia simulada/estimada en los emplazamientos con ruido ($\sigma_{\varepsilon} = 1.28^{\circ}$)

Caso SNR = 10 dB

N = 600, Step = 100 s



N = 800, Step = 50 s



N = 1000, Step = 20 s

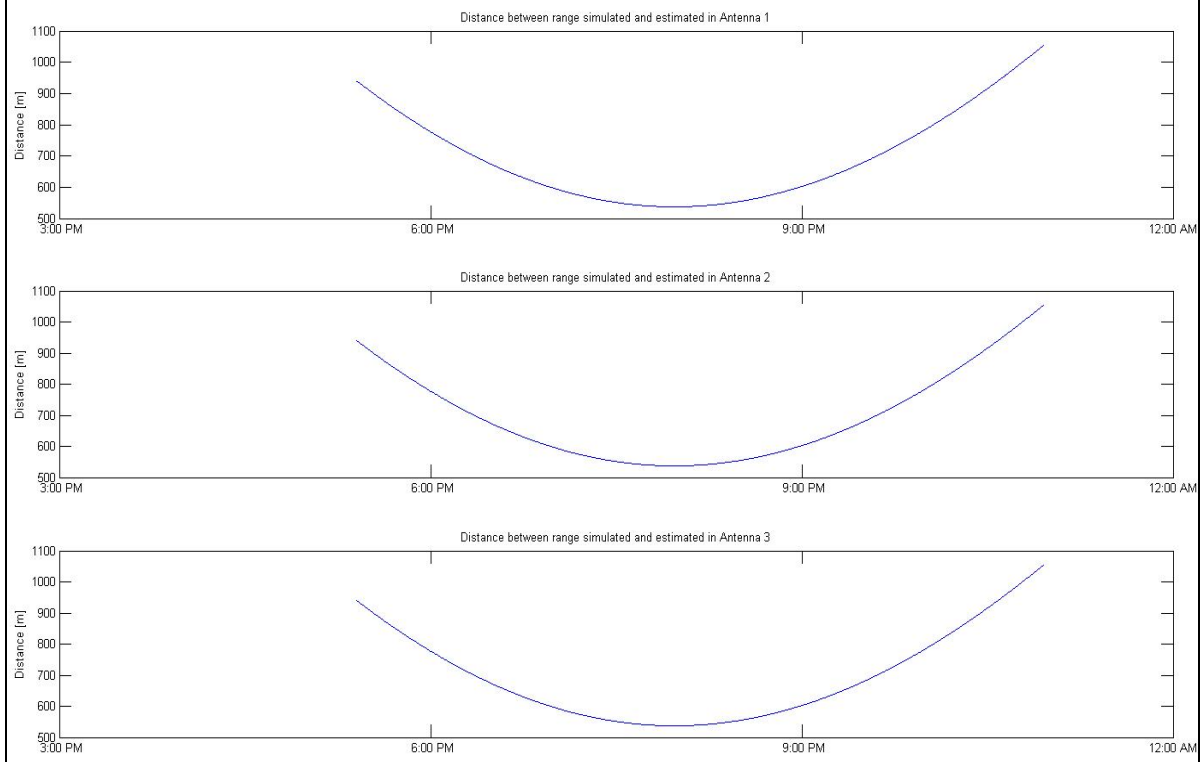
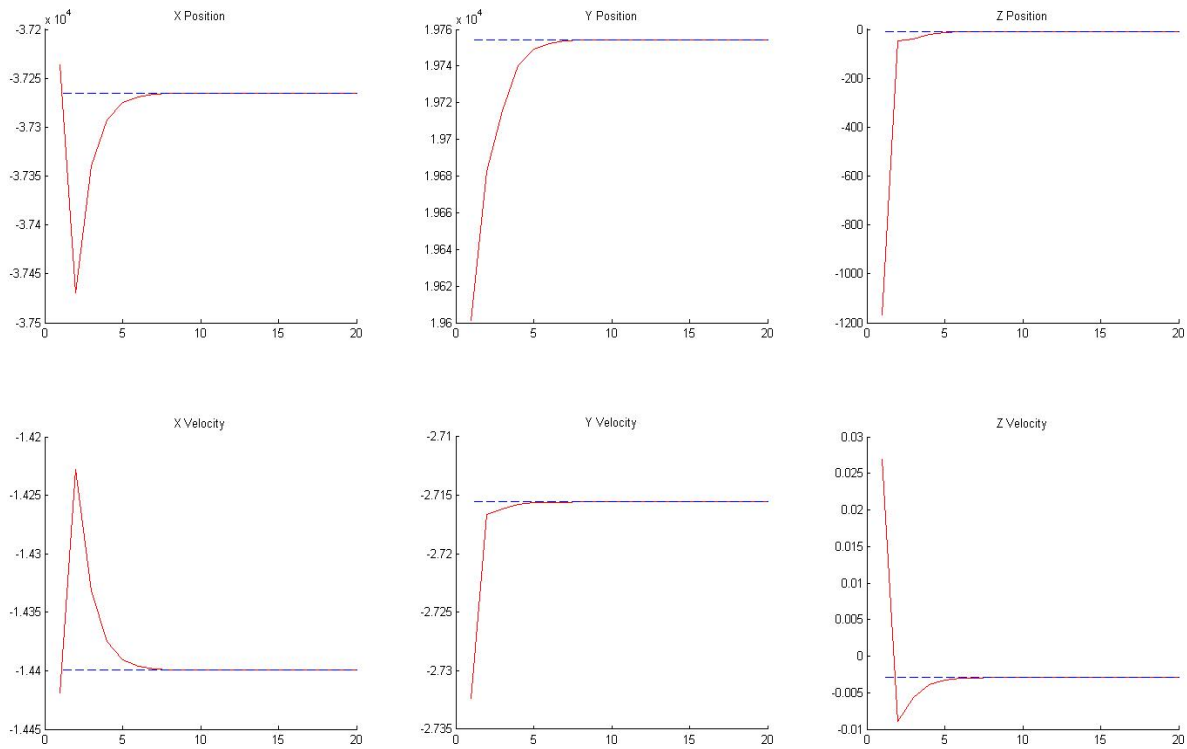


Tabla 4.4 Error de distancia simulada/estimada en los emplazamientos con ruido ($\sigma_{\varepsilon} = 12.81^{\circ}$)

En la tabla 4.5 mostramos la evolución del proceso Least Squares iteración a iteración. Viendo como converge hacia el S.V en cada una de las componentes de posición y velocidad. La época analizada siempre es la inicial, el instante del cual se ha modificado el TLE. A partir de la determinación estadística de esta posición propagaremos para conseguir la órbita final.

Noiseless (N= 600, Step =100)



$\sigma_\varepsilon = 12.81^\circ$ (N= 600, Step =100)

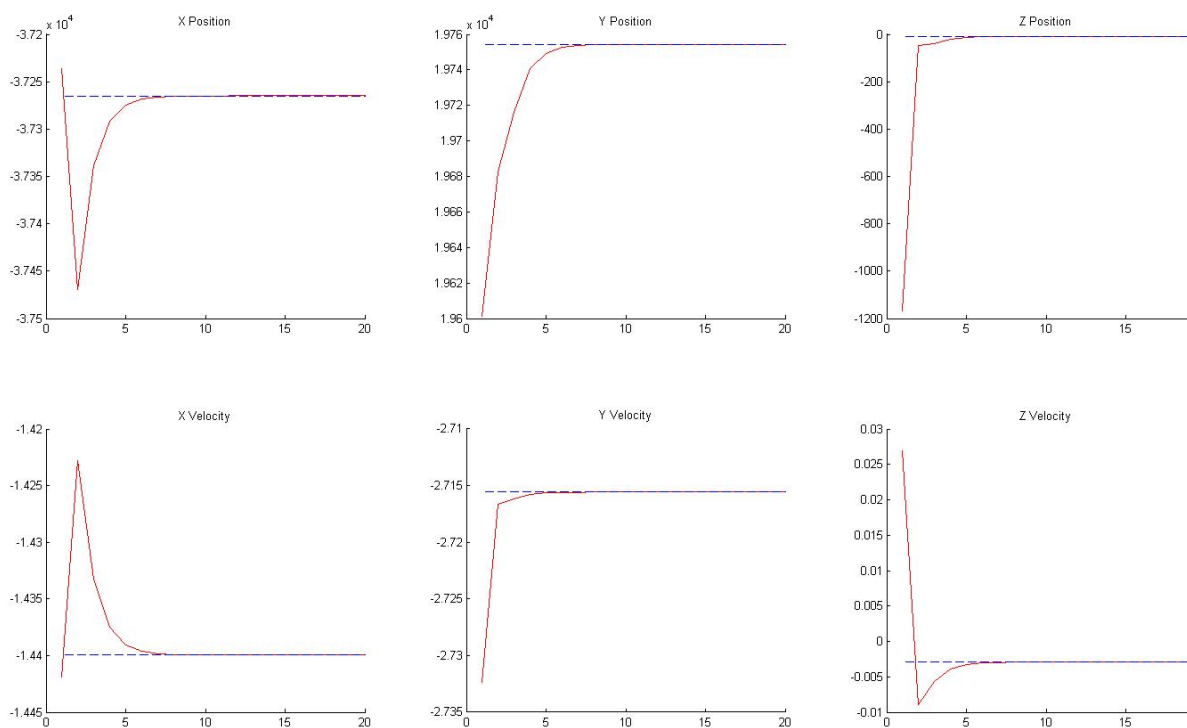


Tabla 4.5 Evolución del Algoritmo a la época inicial simulada respecto al número de iteraciones ($n = 20$) para un caso sin ruido y otro con $\sigma_\varepsilon = 12.81^\circ$

5. Conclusiones y trabajo futuro

Nos marcamos como objetivo determinar orbitas del orden de la longitud de onda a partir de observaciones de fase interferométrica. Para validar los resultados como correctos no nos fijaremos en la fase estimada, ya que es un concepto abstracto y que puede ocultar información.

Nos centraremos en las distancias a cada uno de los emplazamientos, concretamente en su error, es decir, la diferencia entre la distancia simulada y la estimada. En la tabla 4.2 donde no hay distorsión de ruido térmico de fase, este será nuestro caso favorable. En ella vemos que para una **observación total** de 600 muestras/100 segundos: $600 \cdot 100 = 60.000 \text{ s} = \mathbf{16.66h}$. Los resultados que obtenemos son de un error del orden de milímetros que a partir de las 06:00 AM oscilan a valores un poco alejados que pueden darse por cúmulo de pequeños errores computacionales, o por pequeñas variaciones decimales en la estimación de los parámetros orbitales que obtenemos del método Least Squares.

En este caso, cumplimos los requisitos y se puede apreciar que para observaciones totales de menor duración la forma decreciente es mejor. En cambio, cuando disponemos de más observables el error es el que desciende.

En la tabla 4.4 tenemos el caso simulado con la peor recepción de señal respecto de ruido. En esta tabla observamos formas decrecientes similares a las del caso favorable pero con el empeoramiento del error. Éste oscila, ahora, alrededor del orden de centenares de metros. Un hecho que se debe a que los efectos del ruido añadidos son tan fuertes que pueden llegar a afectar alrededor de 13° en las fases medidas.

Finalmente, en la tabla 4.5, se observa la convergencia en cada una de las componentes del S.V inicial hacia la primera posición simulada del TLE. A simple vista no se observan diferencias entre aumentar o disminuir el número de muestras. Es por ello que se refuerza esta tabla con la 4.3 y 4.4, ya que en las ultimas iteraciones del Algoritmo, la convergencia está en órdenes de magnitud de metros cuando en la tabla 4.5 se representa en kilómetros.

Para finalizar, hay que destacar que esta primera prueba de simulación de orbitas ha cumplido los requisitos preliminares pero, como cualquier otro proceso, podría mejorar. Para cumplir con éxito la misión GEOSAR se debe optimizar el proceso del Algoritmo y el software de cálculos. Finalmente, también sería de gran ayuda poder estimar de forma más exacta el ruido de fase para que no afecte, en medida de lo posible, a nuestras observaciones.

Bibliografia:

- [1] Vallado, David A. ; "Fundamentals of Astrodynamics and Applications", 1st Edition, 1997

- [2] Bate, Roger R.; Mueller, Donald D; White, Jerry E.; "Fundamentals of astrodynamics", DOVER, 1971.

- [3] Bruce Carlson ; "Communication Systems", 5th Edition, Rensselaer Polytechnic Institute, 2009

Apéndice

Glosario

APS	Atmospheric Phase Screen
GEOSAR	GEOSTationary Synthetic Aperture Radar
TFG	Trabajo Final de Grado
SAR	Synthetic Aperture Radar
TLE	Two-Line Element
COE	Classical Orbital Elements
ECI	Earth-centered inertial
ECEF	Earth-centered, Earth-fixed
S.V	State Vector
SNR	Signal-to-Noise ratio